**РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЭКЗАМЕНУ**

**ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МАТЕМАТИКА»**

**1 КУРС, 1 СЕМЕСТР**

Экзаменационный тест содержит 16 заданий.

15 заданий оцениваются в 2 балла, 16-ое (кейс-задание) – в 6 баллов.

Первые 15 заданий разделены по дидактическим единицам:

– Элементы линейной алгебры (4 задания)

– Векторная алгебра (2 задания)

– Аналитическая геометрия(3 задания)

– Комплексные числа (2 задания)

– Введение в математический анализ (4 задания)

По каждому из указанных разделов нужно решить не менее половины задач!

Ниже идет перечень необходимых теоретических сведений и примерные типы экзаменационных задач, предварительный разбор которых поможет подготовиться к экзамену.

**I. Элементы линейной алгебры**

**Задание 1**

Теория:Матрицы и действия с ними. Свойства операций над матрицами. Транспонированная матрица.

Практика (типы задач):

а) Для следующих матриц:

*А*=, *В*=, *С*= и *D*=

можно найти:

*1) А2 2) В2 3) А+В 4) А·В 5) А·С 6) С·А 7) С·В*

б) Если , , то матрица *f(A)* равна \_\_\_\_\_.

в) Найти 

г) Даны квадратные матрицы одного и того же порядка. Выбрать верные для этих матриц равенства:

1) А – В = В – А 2) А·В = В·А

3) А·(В·С) = (А·В)·С 4) (А·В)Т = ВТ·АТ

**Задание 2**

Теория: Понятие определителя 2-го и 3-го порядков. Свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема о разложении определителя по строке или столбцу.

Практика (типы задач):

а) Определитель  равен \_\_\_\_\_\_\_\_.

б) Если определитель =1, то  равен \_\_\_\_\_

в) Определитель  равен 0 при k равном \_\_\_\_

в) Разложение определителя по первому столбцу имеет вид

1) 2)

3) 4) другой ответ

**Задание 3**

Теория: Обратная матрица: определение, алгоритм нахождения. Матричные уравнения.

Практика (типы задач):

а) Если *А*=, где , и то *b21* равен \_\_\_\_\_

б) Если матрица  является обратной к матрице , то *x* равен \_\_\_\_\_

 1) *x*=0 2) *x*=±1 3) *x*=1 4) *x*=-1 5) *x*=5

в) Даны матрицы  и . Тогда матрица *В* будет обратной к матрице *А* при *k* равном \_\_\_\_\_\_

г) Данная ниже матрица не имеет обратной при *λ* равном \_\_\_\_



д) Выразить матрицу *Х* через матрицы *А*, *C* и *Е* из матричного уравнения: 

**Задание 4**

Теория: Системы линейных уравнений: общие понятия, методы решения систем линейных уравнений (Крамера, обратной матрицей, Гаусса). Ранг матрицы. Исследование систем линейных уравнений.

Практика (типы задач):

а) Данная ниже система линейных уравнений имеет единственное решение при *k* не равном \_\_\_\_\_

*В реальном тесте могут быть вопросы типа: найти значение k, при котором система имеет бесконечное множество решений, не имеет решения, имеет единственное решение*

б) Значение коэффициента *λ*, при котором однородная система линейных уравнений, данная ниже, имеет бесконечное множество решений, равно \_\_\_\_



в) Ранг данной ниже матрицы равен \_\_\_\_



г) Ранг матрицы *А*= равен двум при *k* равном \_\_\_\_\_

д) Определитель Δ основной матрицы системы  равен . Если Δ*x*, Δ*y*, Δ*z* – вспомогательные определители, фигурирующие в формулах Крамера, то для данной системы произведение *y*·Δ*y* равно \_\_\_\_\_\_\_.

**II. Векторная алгебра**

**Задание 5**

Теория: Направленные отрезки. Понятие вектора. Модуль вектора. Коллинеарные, компланарные векторы. Линейные операции над векторами: сложение, вычитание векторов, умножение вектора на число. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов. Базис векторного пространства. Координаты вектора в базисе и координатные свойства векторов. Основные идеи метода координат на плоскости и в пространстве. Координаты точки. Расстояние между точками, середина отрезка, деление отрезка в некотором отношении.

Практика (некоторые типы задач)

а) Координаты точки *В*, если , , где *М* – середина *АВ*

б) Координаты точки *М*, если , *В* и *М* делит *АВ* в отношении 3:1.

в) Известно, что  и , где . Найти координаты вектора .

**Задание 6**

Теория: Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов: определения, координатные формулы, приложения к решению задач.

Практика:

а) Найти скалярное произведение векторов  и , если ,  и .

б) Найти угол между векторами  и .

в) При каком значении *λ* векторы  и  перпендикулярны?

г) При каком значении *λ* векторы  и  коллинеарны?

д) Вычислить работу силы  при перемещении материальной точки по отрезку прямой из положения  в положение .

е) Вычислить площадь параллелограмма (или треугольника), построенного на векторах  и 

ё) Вычислить площадь треугольника *STR*, если ,  и .

ж) Найти , если  и .

з) Вычислить модуль вектора , если  и  и .

и) Вычислить объем параллелепипеда (или треугольной призмы, или тетраэдра), построенного на векторах ,  и .

**III. Аналитическая геометрия**

**Задание 7**

Теория: Прямая на плоскости и все-все способы задания прямой на плоскости: задание прямой точкой и угловым коэффициентом, задание прямой точкой и направляющим вектором, задание прямой двумя точками, задание прямой в отрезках, задание прямой точкой и нормальным вектором, общее уравнение прямой на плоскости. Расстояние от точки до прямой на плоскости. Угол между прямыми на плоскости.

Практика (только некоторые типы задач):

*В реальном тесте задания очень разнообразны и несколько отличаются от данных ниже.*

а) Составить параметрические и общее уравнения прямой, проходящей через точку , если  – направляющий вектор этой прямой.

б) Составить каноническое и общее уравнения прямой на плоскости, проходящей через точки и 

в) Составить общее уравнение прямой, проходящей через точку  и имеющей угловой коэффициент 

г) Составить общее уравнение прямой, проходящей через точку  параллельно прямой .

д) Составить общее уравнение прямой, проходящей через точку  перпендикулярно прямой .

е) Найти расстояние от точки  до прямой 

ё) Найти косинус угла между прямыми  и 

**Задание 8**

Теория: Прямая и плоскость в пространстве. Все-все способы задания. Угол между плоскостями в пространстве, угол между прямыми в пространстве, угол между прямой и плоскостью, расстояние от точки до плоскости в пространстве.

Практика (типы задач):

а) Составить канонические уравнения прямой в пространстве, проходящей через точку , если  – направляющий вектор этой прямой.

б) Составить общее уравнение плоскости, проходящей через точки  если  – нормальный вектор этой плоскости.

в) Составить общее уравнение плоскости, проходящей через точку  параллельно векторам  и 

г) Составить общее уравнение плоскости, проходящей через точки  и 

д) Вычислить угол между прямыми *p*1 и *p*2 в пространстве, если  .

е) Вычислить угол между прямой и плоскостью .

ё) Вычислить угол между плоскостями  и 

ж) Найти длину высоты *QH* тетраэдра *MNPQ*, если  и грань 

з) Вычислить расстояние от точки до плоскости 

**Задание 9**

Теория: Линии второго порядка: эллипс, гипербола, парабола. Полярная система координат: переход от прямоугольных декартовых к полярным координатам и наоборот

Практика (типы задач):

а) Составить уравнение эллипса, если  – один из фокусов эллипса и

 – эксцентриситет эллипса. *Ответ: *

б) Составить уравнение гиперболы, если прямые  – директрисы гиперболы и  – эксцентриситет гиперболы. *Ответ: *

в) Составить уравнение параболы, симметричной относительно оси *Ох*, директрисой которой является прямая . *Ответ: *

г) Найти расстояние между центрами окружностей, которые задаются уравнениями: **  и **

д) Расстояние между фокусами гиперболы, которая задается уравнением

**

е) Полярные координаты точки, если ее прямоугольные декартовы координаты

(-5; 5)

ё) Прямоугольные декартовы координаты точки, если ее полярные координаты

**

**IV. Комплексные числа**

**Задание 10**

Теория: Мнимаяединица. Комплексно сопряженные числа. Алгебраическая форма записи. Действия над комплексными числами, записанными в алгебраической форме. Многочлены над множеством комплексных чисел. Основная теорема алгебры.

Практика:

а) Вычислить 

 

б) Найти корни многочленов:









**Задание 11**

Теория: Тригонометрическая и экспоненциальная формы записи. Переход от одной записи к другой. Действия над комплексными числами, записанными в тригонометрической форме. Формула Муавра.

Практика:

а) Записать тригонометрическую форму числа *z* =3 – 3*i*

б) Записать комплексное число, симметричное относительно начала координат числу *z* =3 – 3*i*

в) Вычислить 

если , 

**V. Введение в математический анализ**

**Задание 12**

**Расширенная числовая ось**

Теория:. Модуль числа и его свойства. Понятие окрестности. Свойства окрестностей. Ограниченные и неограниченные множества. Предельные и изолированные точки множества. Примеры.

Задачи:

1. Ограничено ли множество ? Найти (если можно) 
2. Найти корни уравнения . *(может быть и неравенство такого вида)*
3. Найти радиус окрестности (-1; 2).
4. Для множеств и найти объединение множеств, пересечение множеств, разность
5. Для числовых промежутков и найти объединение, пересечение и разность

**Задание 13**

**Функции**

Теория: Понятие функции действительного переменного. Область определения, множество значений функции. Способы задания функций. Операции над функциями. Понятие сложной функции, обратной функции. Классификация функций. Ограниченные и неограниченные функции. Монотонные функции. Четные и нечетные функции. Периодические функции. Простейшие элементарные функции, их области определения, графики.

Задачи:

1. Из перечисленных ниже функций выбрать четные функции

1)  2)  3)  4) 

2. Указать соответствие между функциями и графиками

1)  2)  3)  4) 

а)  б)  в)  г) 

3. Найти область определения функции

 *(будут даны варианты ответов)*

**Задания 14-15**

**Пределы**

Теория: Понятие последовательности, подпоследовательности. Определение предела последовательности. Понятие предела функции. Бесконечно малые функции и их свойства. Бесконечно большие функции и их свойства. Связь бесконечно малых и бесконечно больших функций. Основная теорема о пределах. Свойства пределов. Неопределенности вида , . Многочлен n-ой степени как бесконечно большая функция. Первый замечательный предел. Следствия из него. Второй замечательный предел. Понятие непрерывной в точке функции. Классификация точек разрыва.

Задачи:

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 

**Задание 16 (задача)**

Трудное задание, требующее или длительного решения, или не стандартных приемов решения, в большинстве вариантов задача геометрическая.

Примеры некоторых заданий:

а) Найти матрицу *Х*, если *А*⋅*Х* = *Х*⋅*В* + *C*, если

, , 

б) Составьте уравнения катетов прямоугольного равнобедренного треугольника, если уравнение гипотенузы 3x – y + 11 = 0 и *С*(4;3) - вершина прямого угла.

в) Используя формулу Муавра и бином Ньютона выразить  через  и .